

რეკურსიულად გადათვლად სიმრავლეთა sQ_1 -ხარისხები

როლანდ ომანაძე

E-mail: roland.omanadze@tsu.ge

ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
მათემატიკის დეპარტამენტი
ჭავჭავაძის პრ. 1, თბილისი 0128, საქართველო

ტენენბაუმმა (იხ. [1, გვ.159]) ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლეებზე განსაზღვრა Q -დაყვანადობის ცნება შედეგნაირად: A სიმრავლე Q -დაყვანადია B სიმრავლეზე (სიმბოლოურად: $A \leq_Q B$) თუ არსებობს ისეთი გამოთვლადი ფუნქცია f , რომ ყოველი $x \in \omega$ -სთვის (სადაც ω აღნიშნავს ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლეს),

$$x \in A \Leftrightarrow W_{f(x)} \subseteq B.$$

ამ შემთხვევაში ვიტყვით, რომ $A \leq_Q B$ f ფუნქციით. თუ $A \leq_Q B$ f ფუნქციით და არსებობს ისეთი გამოთვლადი ფუნქცია g , რომ ყოველი x, y ,

$$y \in W_{f(x)} \Rightarrow y \leq g(x),$$

მაშინ ვიტყვით, რომ A sQ -დაყვანადია B -ზე (სიმბოლოურად: $A \leq_{sQ} B$) f და g ფუნქციებით (იხ. [1]). თუ $A \leq_{sQ} B$ f და g ფუნქციებით და ყოველი x, y ,

$$x \neq y \Rightarrow W_{f(x)} \cap W_{f(y)} = \emptyset,$$

მაშინ ვიტყვით, რომ A sQ_1 -დაყვანადია B -ზე (სიმბოლოურად: $A \leq_{sQ_1} B$) f და g ფუნქციებით. ჩვენი აღნიშვნები და ტერმინოლოგია სტანდარტულია და შეიძლება იხილოთ [2, 3] -ში.

ჩვენს მიერ დამტკიცებულია, რომ არსებობს ორი რეკურსიულად გადათვლადი (რ.გ.) სიმრავლე, რომლებსაც არ აქვთ ზუსტი ზედა საზღვარი \leq_{sQ_1} -დალაგების მიმართ. ნაჩვენებია, რომ რ.გ. sQ_1 -ხარისხები არაა მკვრივად დალაგებული. დამტკიცებულია, რომ თუ \mathbf{a} არის ისეთი რ.გ. sQ_1 -ხარისხი, რომ

$$\mathbf{0}_{sQ_1} <_{sQ_1} \mathbf{a} <_{sQ_1} \mathbf{0}'_{sQ_1},$$

მაშინ არსებობს წყვილ-წყვილად sQ -არასადარი რ.გ. sQ_1 -ხარისხების ისეთი უსასრულო რაოდენობა $\{c_i\}_{i \in \omega}$, რომ ყოველი i -სთვის,

$$\mathbf{a}_{sQ_1} <_{sQ_1} c_i <_{sQ_1} \mathbf{0}'_{sQ_1}.$$

ლიტერატურა

- [1] R.Sh.Omanadze, On the upper semilattice of recursively enumerable sQ -degrees, Algebra and Logic, 30, 4 (1993) 265-271.
- [2] H.Rogers, Theory of recursive functions and effective computability. McGraw-Hill Book Co., New York, 1967.
- [3] R.I.Soare, Recursively Enumerable Sets and Degrees. Springer, 1987.